

# ÍNDICE SISTEMÁTICO

	<u>PÁGINA</u>
Sumario .....	5
Introducción .....	7
<b>Capítulo 1.</b> Introducción al análisis de datos .....	9
Objetivos del capítulo .....	10
1. Introducción .....	11
2. Variables y datos. Tipos de datos .....	11
2.1. Clasificación de los datos según su representatividad .....	11
2.2. Clasificación de los datos según su naturaleza .....	12
2.3. Clasificación de los datos según la escala de medida .....	12
3. Descripción de datos mediante tablas .....	13
3.1. Tablas de frecuencias univariantes .....	13
3.2. Tablas de frecuencias bivariantes .....	17
3.2.1. Distribución conjunta .....	17
3.2.2. Distribución marginal y condicionada .....	18
3.2.3. Independencia .....	21
4. Descripción de datos mediante gráficos .....	22
4.1. Diagrama de barras .....	22
4.2. Diagrama de sectores o diagrama de tarta .....	23
4.3. Histograma y polígono de frecuencias .....	24
4.4. Diagrama de tallo-hojas .....	25

5. Introducción al análisis exploratorio de datos .....	27
5.1. Diagrama de dispersión .....	28
Conceptos básicos .....	30
Actividades de autocomprobación .....	30
Ejercicios voluntarios .....	36
Referencias bibliográficas .....	38
<b>Capítulo 2. Medidas características de una distribución de frecuencias .....</b>	<b>39</b>
Objetivos del capítulo .....	41
1. Introducción .....	42
2. Medidas de posición .....	42
2.1. Media aritmética .....	42
2.1.1. Propiedades de la media .....	43
2.2. Mediana .....	44
2.2.1. Mediana para variables discretas .....	45
2.2.2. Mediana para variables continuas .....	45
2.2.3. Propiedad importante de la mediana .....	47
2.3. Comparación entre media y mediana .....	47
2.4. Moda .....	47
3. Medidas de dispersión .....	48
3.1. Varianza y desviación típica .....	48
3.1.1. Propiedades de la varianza .....	49
3.2. Cuantiles .....	49
3.2.1. Cuartiles .....	50
3.2.2. Percentiles .....	50
3.3. Relación entre características de tendencia central y de dispersión. Valores atípicos .....	53
4. Medidas de forma .....	54
4.1. Momentos .....	54
4.1.1. Momento de orden $r$ centrado en el origen .....	54
4.1.2. Momento de orden $r$ centrado en la media .....	54
4.2. Medidas de asimetría .....	55
4.3. Medidas de apuntamiento o curtosis .....	56
5. Medidas de relación .....	56
5.1. Momentos de una variable estadística bidimensional .....	56
5.1.1. Momento de orden $(r, h)$ centrado en el origen .....	57
5.1.2. Momento de orden $(r, h)$ centrado en la media .....	57
5.2. Covarianza y coeficiente de correlación lineal .....	58
6. Representaciones gráficas. Diagrama de caja .....	59

7. Transformaciones de datos .....	60
7.1. Transformaciones de datos con asimetría positiva .....	60
7.2. Transformaciones de datos con asimetría negativa .....	60
Conceptos básicos .....	61
Actividades de auto comprobación .....	61
Ejercicios voluntarios .....	64
Referencias bibliográficas .....	65
<b>Capítulo 3. Cálculo de probabilidades .....</b>	<b>67</b>
Objetivos del capítulo .....	69
1. Introducción .....	70
2. Interpretaciones de la probabilidad .....	70
2.1. Interpretación frecuentista .....	70
2.2. Interpretación clásica .....	71
2.3. Interpretación subjetiva .....	72
3. Definición axiomática de probabilidad .....	72
3.1. Conceptos básicos .....	73
3.1.1. Espacio muestral .....	73
3.1.2. Suceso .....	73
3.2. Axiomática de Kolmogorov .....	75
4. Cuantificación de la probabilidad .....	76
4.1. Regla de Laplace (probabilidad clásica) .....	76
4.2. Ruleta de la fortuna (probabilidad subjetiva) .....	77
5. Probabilidad condicionada .....	77
6. Teorema de la probabilidad compuesta .....	78
7. Independencia de sucesos .....	79
7.1. Fiabilidad de un sistema .....	80
8. Teorema de la probabilidad total .....	82
9. Teorema de Bayes .....	82
10. Anexo: métodos de conteo para determinación de probabilidades .....	84
10.1. Sin reemplazamiento y ordenados .....	85
10.2. Con reemplazamiento y ordenados .....	86
10.3. Sin reemplazamiento y no ordenados .....	86
10.4. Con reemplazamiento y no ordenados .....	87
10.5. Particiones .....	88
10.5.1. Permutaciones con repetición .....	88
Conceptos básicos .....	90
Actividades de repaso .....	90
Ejercicios voluntarios .....	91
Referencias bibliográficas .....	92

<b>Capítulo 4. Variables aleatorias</b> .....	95
Objetivos del capítulo .....	97
1. Variable aleatoria. Concepto .....	98
2. Tipos de variables aleatorias .....	100
3. Distribuciones de probabilidad de variables aleatorias .....	100
3.1. Variables aleatorias discretas .....	100
3.2. Variables aleatorias continuas .....	103
4. Medidas características de una variable aleatoria .....	106
4.1. Medidas de centralización .....	106
4.1.1. Media .....	106
4.1.2. Mediana .....	108
4.1.3. Moda .....	109
4.2. Medidas de dispersión .....	109
4.2.1. Varianza y desviación típica .....	110
4.2.2. Cuantiles .....	111
4.2.3. Recorrido .....	111
4.3. Momentos de una variable aleatoria .....	111
4.3.1. Momento de orden $k$ respecto del origen .....	111
4.3.2. Momento central de orden $k$ .....	112
4.4. Medidas de forma .....	112
4.4.1. Medidas de asimetría .....	112
4.4.2. Medidas de apuntamiento o curtosis .....	112
4.5. Estandarización de una variable aleatoria .....	113
5. Desigualdad de Tchebychev .....	113
Conceptos básicos .....	114
Actividades de auto comprobación .....	114
Ejercicios voluntarios .....	116
Referencias bibliográficas .....	117
 <b>Capítulo 5. Variables aleatorias discretas y continuas</b> .....	 119
Objetivos del capítulo .....	121
1. Distribución uniforme discreta sobre $n$ puntos .....	122
1.1. Medidas características .....	122
2. Distribución de Bernoulli .....	123
2.1. Medidas características .....	123
3. Distribución binomial .....	124
3.1. Medidas características .....	125

4. Distribución geométrica .....	127
4.1. Medidas características .....	128
5. Distribución binomial negativa .....	129
5.1. Medidas características .....	130
6. Distribución de Poisson .....	131
6.1. Medidas características .....	132
6.2. Aproximaciones .....	133
7. Distribución uniforme .....	134
7.1. Medidas características .....	135
8. Distribución normal o gaussiana .....	135
8.1. Medidas características .....	137
8.2. Relación entre $N(0, 1)$ y $N(\mu, \sigma)$ .....	137
8.3. Relación entre binomial, Poisson y normal .....	139
8.4. Distribución normal truncada .....	141
9. Distribución gamma .....	142
9.1. Medidas características .....	143
9.2. Distribución de Erlang .....	144
9.3. Distribución exponencial .....	144
10. Distribución beta .....	146
10.1. Medidas características .....	147
Conceptos básicos .....	148
Actividades de auto comprobación .....	149
Ejercicios voluntarios .....	151
Referencias bibliográficas .....	152
<b>Capítulo 6. Variables aleatorias multidimensionales .....</b>	<b>155</b>
Objetivos del capítulo .....	156
1. Variables aleatorias bidimensionales. Distribución conjunta .....	157
1.1. Vector aleatorio discreto .....	157
1.2. Vector aleatorio continuo .....	159
2. Distribuciones marginales .....	160
2.1. Caso discreto .....	160
2.2. Caso continuo .....	161
3. Distribuciones condicionadas .....	163
3.1. Caso discreto .....	163
3.2. Caso continuo .....	163
4. Independencia .....	165

5. Momentos .....	166
5.1. Momentos respecto del origen .....	166
5.2. Momentos respecto de la media .....	166
6. Teorema de Bayes .....	167
7. Distribución normal bivalente .....	169
Conceptos básicos .....	171
Actividades de autocomprobación .....	171
Ejercicios voluntarios .....	173
Referencias bibliográficas .....	174
<b>Capítulo 7. Introducción a la inferencia estadística .....</b>	<b>175</b>
Objetivos del capítulo .....	177
1. Introducción .....	178
1.1. Métodos clásicos .....	179
1.2. Métodos bayesianos .....	179
1.3. Métodos paramétricos .....	179
1.4. Métodos no paramétricos .....	179
2. Muestreo .....	179
3. Tipos de muestreo .....	180
3.1. Muestreo aleatorio simple .....	180
3.2. Muestreo estratificado .....	180
3.3. Muestreo sistemático .....	181
3.4. Muestreo por conglomerados .....	181
3.5. Muestreo aleatorio sin reemplazamiento .....	181
4. Muestra aleatoria simple .....	181
5. Media muestral. Propiedades .....	184
5.1. Desigualdad de Tchebychev .....	184
6. Leyes de los grandes números .....	186
6.1. Ley débil de los grandes números .....	186
7. Distribución asintótica de la media muestral .....	186
7.1. Convergencia en distribución .....	186
7.2. Teorema central del límite (Linderberg-Lévy) .....	187
7.3. Teorema de Moivre-Laplace .....	188
8. Distribuciones asociadas a la normal .....	189
8.1. Distribución $\chi^2$ de Pearson .....	189
8.1.1. Medidas características .....	190
8.2. Distribución $t$ de Student .....	190
8.2.1. Medidas características .....	192

8.3. Distribución $F$ de Fisher-Snedecor .....	192
8.3.1. Medidas características .....	193
Conceptos básicos .....	199
Actividades de autocomprobación .....	199
Ejercicios voluntarios .....	201
Referencias bibliográficas .....	202
<b>Capítulo 8. Estimación .....</b>	<b>203</b>
Objetivos del capítulo .....	205
1. Introducción .....	206
2. Estadísticos y estimadores .....	206
3. Propiedades de los estimadores .....	207
3.1. Estimador centrado o insesgado .....	207
3.2. Eficiencia .....	208
3.3. Consistencia .....	209
4. Métodos de obtención de estimadores .....	210
4.1. Método de los momentos .....	210
4.1.1. Propiedades de los estimadores obtenidos por el método de momentos .....	212
4.2. Método de máxima verosimilitud .....	212
4.2.1. Función de verosimilitud .....	212
4.2.2. Metodología .....	212
4.2.3. Propiedades de los estimadores de máxima verosimilitud .....	214
5. Estimadores en la distribución normal. Teorema de Fisher .....	214
6. Intervalos de confianza. Método de la variable pivote .....	214
6.1. Ejemplo de motivación .....	214
6.2. Interpretación y metodología .....	215
6.3. Construcción .....	216
7. Intervalos de confianza en poblaciones normales .....	217
7.1. Intervalos de confianza para la media de una población normal con varianza conocida	217
7.2. Intervalos de confianza para la media de una población normal con varianza desconocida	217
7.3. Intervalos de confianza para la varianza de una población normal .....	218
7.4. Intervalo de confianza para la diferencia de medias en poblaciones normales .....	219
7.4.1. Caso 1: suponiendo varianzas desconocidas pero iguales .....	219
7.4.2. Caso 2: suponiendo varianzas desconocidas .....	221
7.5. Intervalo de confianza para la razón de varianzas en poblaciones normales .....	221
8. Intervalos de confianza asintóticos. Intervalos de confianza para proporciones .....	222
8.1. Intervalo de confianza para la media en poblaciones no normales .....	222
8.1.1. Intervalo de confianza para una proporción .....	223
8.2. Intervalo de confianza para la diferencia de medias en poblaciones no normales .....	224
8.2.1. Intervalo de confianza para la diferencia de proporciones .....	224

Conceptos básicos .....	226
Actividades de auto comprobación .....	226
Ejercicios voluntarios .....	228
Referencias bibliográficas .....	229
<b>Capítulo 9. Contrastes de hipótesis .....</b>	<b>231</b>
Objetivos del capítulo .....	233
1. Ejemplo inicial de motivación .....	234
2. Conceptos básicos .....	234
2.1. Tipos de hipótesis estadísticas .....	234
2.2. Tipos de errores .....	235
2.3. Etapas de un contraste .....	236
2.3.1. Formulación de las hipótesis .....	236
2.3.2. Definición de la medida de discrepancia .....	236
2.3.3. Determinación de la región de rechazo .....	237
2.3.4. Cálculo de $\hat{d}$ y toma de la decisión .....	237
3. Región de rechazo .....	237
3.1. Nivel de significación .....	237
3.2. Nivel crítico o $p$ -valor .....	238
4. Contrastes de hipótesis para parámetros de una distribución normal .....	239
4.1. Contraste de hipótesis para la media .....	239
4.2. Contraste de hipótesis para la varianza .....	240
4.3. Contraste para igualdad de varianzas .....	241
4.4. Contraste para igualdad de medias .....	243
5. Contraste para proporciones .....	244
5.1. Contraste para una proporción .....	244
5.2. Contraste para comparación de proporciones .....	246
6. Relación entre intervalos de confianza y contrastes de hipótesis paramétricos .....	247
7. Contrastes de hipótesis no paramétricos .....	248
7.1. Contraste $\chi^2$ de Pearson .....	248
7.1.1. Caso discreto .....	248
7.1.2. Caso continuo .....	250
7.2. Contraste de Kolmogorov-Smirnov .....	252
Apéndice. Valores críticos de $d$ en el contraste de Kolmogorov-Smirnov .....	255
Conceptos básicos .....	257
Actividades de auto comprobación .....	257
Ejercicios voluntarios .....	260
Referencias bibliográficas .....	262



<b>Capítulo 10. Modelos de regresión lineal</b> .....	<b>263</b>
Objetivos del capítulo .....	265
1. Introducción .....	266
2. Hipótesis del modelo de regresión lineal simple .....	266
3. Metodología .....	269
4. Estimación de los parámetros .....	270
4.1. Propiedades de los estimadores .....	272
4.1.1. Parámetro $\beta_1$ .....	272
4.1.2. Parámetro $\beta_0$ .....	273
4.1.3. Parámetro $\sigma^2$ .....	273
5. Inferencias sobre los parámetros .....	274
5.1. Parámetro $\beta_1$ .....	274
5.2. Parámetro $\beta_0$ .....	274
5.3. Parámetro $\sigma^2$ .....	275
6. Contraste de regresión: tabla ANOVA .....	276
7. Contraste de las hipótesis mediante los residuos .....	278
7.1. Contrastar la normalidad .....	278
7.2. Contrastar la independencia .....	278
7.3. Contrastar la homocedasticidad .....	278
8. Coeficiente de determinación y coeficiente de correlación lineal .....	279
8.1. Relación entre el coeficiente de correlación y la varianza residual .....	279
9. Predicciones .....	280
10. Introducción al modelo de regresión lineal múltiple .....	284
10.1. Ejemplo de aplicación de la regresión: música con regresión múltiple (Triola, 2000) .....	284
Conceptos básicos .....	286
Actividades de autocomprobación .....	286
Ejercicios voluntarios .....	290
Referencias bibliográficas .....	291





